19

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две

кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход

игрок может **добавить** в **меньшую** кучу любое количество камней от одного до

количества камней в этой куче. Изменять количество камней в большей куче не

разрешается. Если кучи содержат равное количество камней, добавлять камни

можно в любую из них. Пусть, например, в начале игры в первой куче 3 камня,

а во второй – 5 камней, будем обозначать такую позицию (3, 5). Петя первым

ходом должен добавить в первую кучу от 1 до 3 камней, он может получить

позиции (4, 5), (5, 5) и (6, 5). Если Петя создаёт позицию (4, 5), то Ваня своим

ходом может добавить от 1 до 4 камней в первую кучу, а если Петя создаёт

позицию (6, 5), то Ваня может добавить от 1 до 5 камней во вторую кучу, так

как теперь она стала меньшей. В позиции (5, 5) Ваня может добавить от 1

до 5 камней в любую кучу.

Игра завершается, когда общее количество камней в кучах становится более

45. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым

получивший 46 или больше камней в двух кучах.

Известно, что Петя смог выиграть первым ходом. Какое наименьшее число

камней могло быть суммарно в двух кучах?

def igra (x, y, h):  
 if x+y>=46 or h>2:  
 return h==2  
 if x<y:  
 return any(igra(x+i,y,h+1) for i in range(1,x+1))  
 elif x==y:  
 return any(igra(x + i, y, h + 1) for i in range(1, x + 1)) or any(igra(x, y+i, h + 1) for i in range(1, y + 1))  
 else:  
 return any(igra(x,y+1,h+1) for i in range(1,y+1))  
s = []  
for s1 in range(1,40):  
 for s2 in range(1, 40):  
 if igra(s1,s2,1):  
 s += [s1+s2]  
print(min(s))

**20**

В игре, описанной в задании 19, в начальный момент в первой куче было

5 камней, а во второй – *S* камней, 1 ≤ *S* ≤ 40.

Укажите **минимальное** и **максимальное** из таких значений *S*, при которых

Петя не может выиграть первым ходом, но у Пети есть выигрышная

стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Вани.

В ответе запишите сначала минимальное значение, затем максимальное

def igra (x, y, h):  
 if x+y>=46 or h>4:  
 return h==4  
 if h % 2 != 0:  
 if x<y:  
 return any(igra(x+i,y,h+1) for i in range(1,x+1))  
 elif x==y:  
 return any(igra(x + i, y, h + 1) for i in range(1, x + 1)) or any(igra(x, y+i, h + 1) for i in range(1, y + 1))  
 else:  
 return any(igra(x,y+1,h+1) for i in range(1,y+1))  
 else:  
 if x<y:  
 return all(igra(x+i,y,h+1) for i in range(1,x+1))  
 elif x==y:  
 return all(igra(x + i, y, h + 1) for i in range(1, x + 1)) or any(igra(x, y+i, h + 1) for i in range(1, y + 1))  
 else:  
 return all(igra(x,y+1,h+1) for i in range(1,y+1))  
  
for s1 in range(1,40):  
 if igra(5,s1,1):  
 print(s1)

21

В игре, описанной в задании 19, в начальный момент в первой куче было

5 камней, а во второй – *S* камней, 1 ≤ *S* ≤ 40.

Найдите **минимальное** из таких значений *S*, при котором у Вани есть

стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети,

но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть

первым ходом

def igra (x, y, h):  
 if x+y>=46 or h>5:  
 return h==3  
 if h % 2 != 0:  
 if x<y:  
 return any(igra(x+i,y,h+1) for i in range(1,x+1))  
 elif x==y:  
 return any(igra(x + i, y, h + 1) for i in range(1, x + 1)) or any(igra(x, y+i, h + 1) for i in range(1, y + 1))  
 else:  
 return any(igra(x,y+1,h+1) for i in range(1,y+1))  
 else:  
 if x<y:  
 return all(igra(x+i,y,h+1) for i in range(1,x+1))  
 elif x==y:  
 return all(igra(x + i, y, h + 1) for i in range(1, x + 1)) or any(igra(x, y+i, h + 1) for i in range(1, y + 1))  
 else:  
 return all(igra(x,y+1,h+1) for i in range(1,y+1))  
  
for s1 in range(1,40):  
 if igra(5,s1,1):  
 print(s1)